

## ПРИМЕРЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ – 030

### ДПФ или БПФ? Сравнение методов преобразований Фурье

В документе рассматривается различие в производительности методов ДПФ (дискретное преобразование Фурье) и БПФ (быстрое преобразование Фурье) с математической и практической стороны в приложениях анализа гармоник сигналов в электрических цепях. Также рассматриваются достоинства и недостатки каждого алгоритма, и определяется наилучший подход при анализе гармоник сигналов. Так очень многие анализаторы мощности используют метод БПФ и лишь немногие ДПФ, в документе объясняются причины популярности метода БПФ, а также проблемы, связанные с его использованием.

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Ряд Фурье это математический метод представления периодической негармонической функции в виде последовательности тригонометрических функций. Метод был предложен французским математиком и физиком Жаном Батистом Жозефом Фурье в 18-19 веке.

Разложение в ряд Фурье используется во многих задачах промышленности, электроники, механики, акустики и т.д. В данном документе будет рассмотрена декомпозиция переменных периодических сигналов. Такая задача часто используется в электронике для определения искажения формы сигнала путем представления переменного во времени сигнала конечным количеством гармоник.

#### ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Периодическую функцию можно рассматривать как «повторяющийся шаблон», когда в момент времени  $nT$ , верно следующее:

$$f(x + nT) = f(x) \quad (1)$$

Например:

$y = \sin(x)$  является периодической функцией по  $x$  с периодом равным  $2\pi$ , и если  $y = \sin(\omega t)$ , то период функции будет равен  $\frac{2\pi}{\omega}$ , где  $\omega$  - угловая частота =  $2\pi f$

Например, для частоты равной 10Гц, угловая частота  $\omega = 20\pi$  рад/с, соответственно период  $T$  составит  $\frac{2\pi}{20\pi} = 0.1$  секунду.

$$y = \sin(\omega(t + nT)) \quad (2)$$

Рассчитаем значение функции при начальном  $t = 0.021$ , затем рассчитаем последующие значения при  $t + (n * T)$

$$\sin(20\pi(0.021 + n * 0.1)) \quad (3)$$

| $n = 0$ | $n = 1$ | $n = 2$ |
|---------|---------|---------|
| 0.969   | 0.969   | 0.969   |

Синусоида представляет собой непрерывную функцию, которая не имеет резких изменений и разрывов. Однако другие типы форм сигналов, как например, прямоугольный, имеют конечное число разрывов. Преимуществом рядов Фурье является возможность представления с их помощью как непрерывных сигналов, так и сигналов с разрывами (т.е. имеющих на периоде  $T$  конечное число разрывов первого рода).

## РЯД ФУРЬЕ

Основной вывод ряда Фурье заключается в том, что функция, определенная на интервале  $-\pi \leq x \leq \pi$ , может быть выражена с помощью сходящегося тригонометрического ряда, выраженного в следующей форме:

$$f(x) = a_0 + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + a_3 \cos 3x + \dots + b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + b_3 \sin 3x + \dots,$$

где  $a_0, a_1, a_2, a_3 \dots b_1, b_2, b_3$  – вещественные константы

Это выражение может быть записано в упрощенной форме:

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \quad (4)$$

Для диапазона от  $-\pi$  до  $\pi$ :

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx \quad (5)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, \text{ где } (n = 1, 2, 3 \dots) \quad (6)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx, \text{ где } (n = 1, 2, 3 \dots) \quad (7)$$

Другая форма записи разложения в ряд Фурье, более подходящая при анализе цифровых сигналов сложной формы, выводится из следующего тригонометрического выражения:

$$a \cos x + b \sin x = c \sin(x + \alpha) \quad (8)$$

Используя это выражение, ряд Фурье можно представить как:

$$f(x) = a_0 + c_1 \sin(x + \alpha_1) + c_2 \sin(2x + \alpha_2) + \dots + c_n \sin(nx + \alpha_n) \quad (9)$$

Где  $a_0$  – константа,

$$c_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}, \dots, c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} - \text{величины каждого коэффициента}, \quad (10)$$

$$\alpha_n = \tan^{-1} \left( \frac{a_n}{b_n} \right) - \text{фазовый сдвиг каждого коэффициента} \quad (11)$$

Таким образом,  $c_n$  представляет величину  $n$ -го компонента, т.е.  $n$ -ой гармоники. При  $n = 1$ , гармоника называется основной.

$\alpha_n$  представляет фазовый угол  $n$ -ой гармоники.

На этом этапе получены все математические выражения для разложения в ряд Фурье периодического сигнала.

**Пример:** 2Впик прямоугольный сигнал

В данном примере разложим прямоугольный 2Впик (4Вп-п) сигнал на составляющие гармоники.

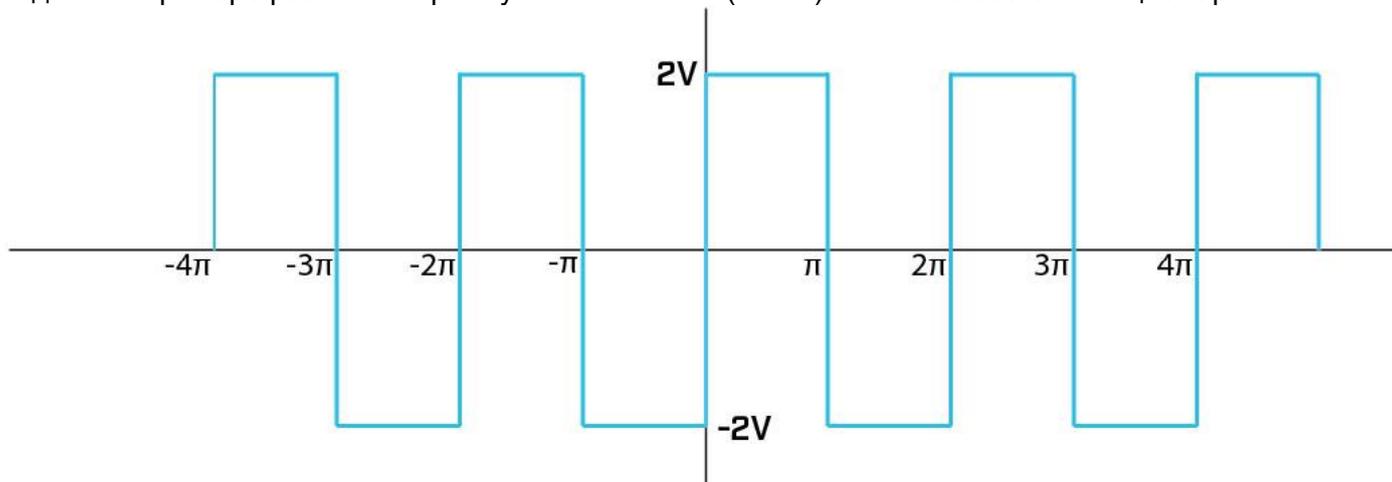


Рисунок 1

Функция, представленная на Рисунке 1, определяется следующими условиями:

$$f(x) = \begin{cases} -2, & \text{при } -\pi < x < 0 \\ 2, & \text{при } 0 < x < \pi \end{cases}$$

Так как данная функция имеет разрывы, то интегрирование проведем в двух дискретных половинах. Одна половина от  $-\pi$  до 0, а вторая от 0 до  $\pi$ .

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx \quad (12)$$

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \left[ \int_{-\pi}^0 -2 dx + \int_0^{\pi} 2 dx \right] \quad (13)$$

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \{ [-2x]_{-\pi}^0 + [2x]_0^{\pi} \} = 0 \quad (14)$$

$a_0$  – представляет собой постоянную составляющую (среднее значение сигнала или DC смещение) за полный период сигнала.

$$a_n = \frac{1}{\pi} \left[ \int_{-\pi}^0 -2 \cos nx dx + \int_0^{\pi} 2 \cos nx dx \right] \quad (15)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \left[ -\frac{2 \sin nx}{n} \right]_{-\pi}^0 + \left[ \frac{2 \sin nx}{n} \right]_0^{\pi} = 0, \text{ таким образом, коэффициенты } a_1, a_2, a_3 \dots \text{ равны нулю} \quad (16)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \left[ \int_{-\pi}^0 -2 \sin nx dx + \int_0^{\pi} 2 \sin nx dx \right] \quad (17)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{2 \cos nx}{n} \right]_{-\pi}^0 + \left[ \frac{-2 \cos nx}{n} \right]_0^{\pi} = 0 \quad (18)$$

При нечетных значениях  $n$ :

$$b_n = \frac{2}{\pi} \left\{ \left[ \left( \frac{1}{n} \right) - \left( -\frac{1}{n} \right) \right] + \left[ -\left( -\frac{1}{n} \right) - \left( -\frac{1}{n} \right) \right] \right\} \quad (19)$$

$$b_n = \frac{k}{\pi} \left\{ \frac{2}{n} + \frac{2}{n} \right\} = \frac{4k}{n\pi} \quad (20)$$

Так как  $k = 2$ , то  $b_n = \frac{8}{n\pi}$  (21)

Соответственно, коэффициенты равны:  $b_1 = \frac{8}{\pi}$ ,  $b_3 = \frac{8}{3\pi}$ ,  $b_5 = \frac{8}{5\pi}$  ...

При четных значениях  $n$ :

$$b_n = \frac{2}{\pi} \left\{ \left[ \left( \frac{1}{n} \right) - \left( \frac{1}{n} \right) \right] + \left[ - \left( \frac{1}{n} \right) - \left( - \frac{1}{n} \right) \right] \right\} = 0, \text{ т.е. коэффициенты } b_2, b_4, b_6 \dots \text{ равны нулю} \quad (22)$$

Следовательно, разложение в ряд Фурье прямоугольного сигнала 2Впик выглядит следующим образом:

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \quad (23)$$

$$f(x) = 0 + \sum_{n=1}^{\infty} (0 + b_n \sin nx) \quad (24)$$

$$f(x) = \frac{8}{\pi} \sin x + \frac{8}{3\pi} \sin 3x + \frac{8}{5\pi} \sin 5x + \dots \quad (25)$$

$$f(x) = \frac{8}{\pi} \left( \sin x + \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{5} \sin 5x + \dots \right) \quad (26)$$

Амплитуда и фаза каждой гармоники может быть рассчитана следующим образом:

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} - \text{амплитуда каждого коэффициента (гармоники)} \quad (27)$$

$$\alpha_n = \tan^{-1} \left( \frac{a_n}{b_n} \right) - \text{фазовый сдвиг каждого коэффициента (гармоники)} \quad (28)$$

Для третьей гармоники получаем:

$$c_3 = \sqrt{0^2 + \frac{8^2}{3\pi}} = \frac{8}{3\pi} \quad (29)$$

$$\alpha_3 = \tan^{-1} \left( \frac{0}{\frac{8}{3\pi}} \right) = 0^\circ \quad (30)$$

Т.е. третья гармоника имеет амплитуду 0.85В, фазовый угол  $0^\circ$ .

## ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Широко известно, что многие типы сигналов, используемые в электронной промышленности, могут быть представлены в виде математических выражений. Используя разложение функции сигнала в ряд Фурье, может быть рассчитана амплитуда и фаза гармоник сигнала. Некоторые типы сигналов не могут быть разложены в ряд Фурье, и их анализ осуществляется с помощью численных методов. Гармоническим анализом называется процесс разложения периодической, негармонической функции, описывающей сигнал, в последовательность синусоид с возрастающим порядком частоты.

Исходя из полученных ранее выражений, представим численный метод, являющийся основой в работе анализаторов гармоник. В итоге, коэффициенты ряда Фурье  $a_0$ ,  $a_n$ ,  $b_n$  должны быть определе-

ны, см. выражения (5), (6) и (7) с помощью интегрирования. Численно, интегральные функции (5), (6) и (7), могут быть определены как средние значения:

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx \quad (5)$$

$$a_0 - \text{среднее значение функции } f(x) \quad (31)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos nx dx, \text{ где } (n = 1, 2, 3 \dots) \quad (6)$$

$$a_n - \text{удвоенное среднее значение функции } f(x) \cos nx \quad (32)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx, \text{ где } (n = 1, 2, 3 \dots) \quad (7)$$

$$b_n - \text{удвоенное среднее значение функции } f(x) \sin nx \quad (33)$$

Интегрирование производится элементами обработки сигнала (как правило, цифровым сигнальным процессором - DSP) анализатора гармоник с помощью т.н. правила трапеции. Так как большинство форм сигналов в реальном мире являются периодическими, период сигнала может быть определен как  $w$  (или окно), которое разделяется на  $s$  (точки выборки) равных частей, где  $d$  ( $\Delta$ время) временной интервал между точками выборки.

В виде примера (Рисунок 2) для сложной формы сигнала будут выбраны точки выборки и показаны численные методы разложения в ряд Фурье.

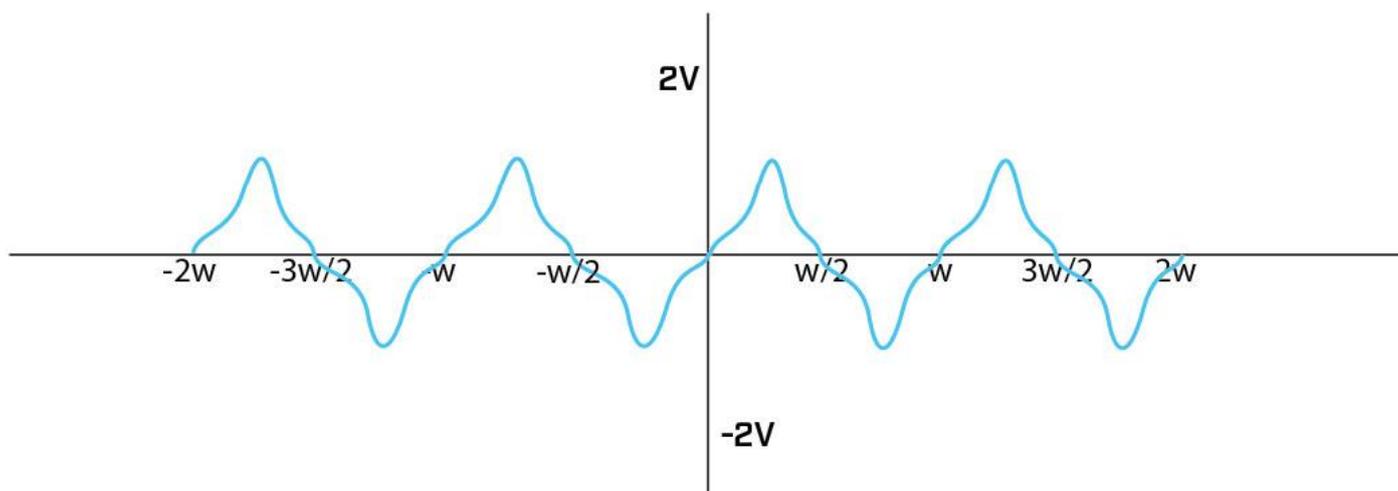


Рисунок 2

$$a_0 = \text{среднее значение} = \frac{\text{площадь под кривой}}{\text{длительность периода (основания)}} = \frac{1}{2\pi} * \left(\frac{2\pi}{n}\right) \sum_{i=1}^n v[i] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v[i] \quad (34)$$

$$a_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v[i] \cos\left(\frac{2\pi hi}{n}\right) \quad (35)$$

$$b_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v[i] \sin\left(\frac{2\pi hi}{n}\right) \quad (36)$$

В электрической терминологии, величина  $a_0$  представляет собой смещение по постоянному току,  $a_n$  – квадратурную составляющую  $n$ -ой гармоники, а  $b_n$  – синфазную составляющую  $n$ -ой гармоники. Да-

лее, с помощью тригонометрических выражений могут быть получены амплитуды и фазы соответствующих гармоник.

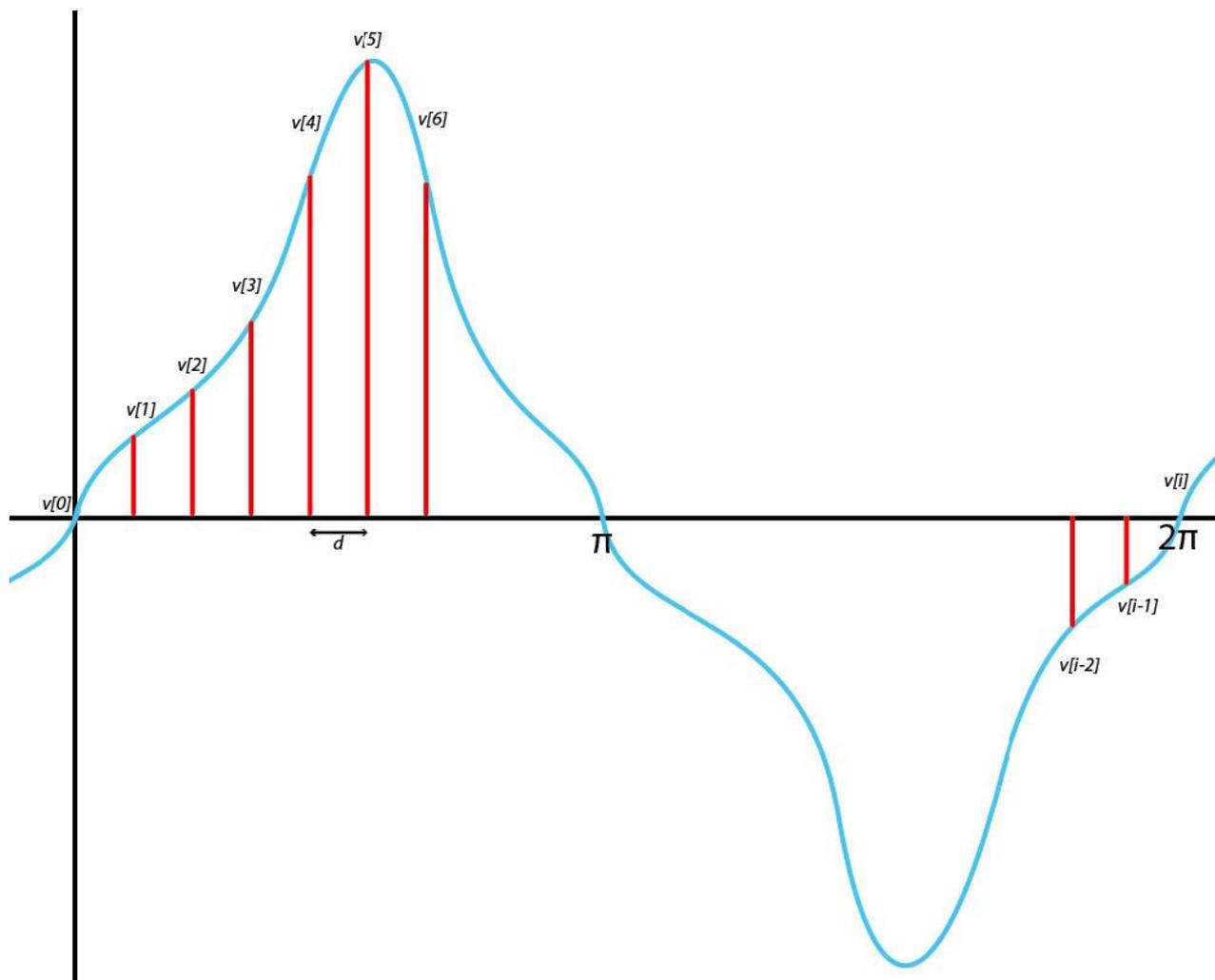


Рисунок 3.  $n$  – общее количество выборок,  $i$  – номер текущей выборки,  $d$  – временной интервал между выборками

Так как выражения (35) и (36) представляют средние значения гармоник, обычной практикой является их выражение в виде ср-кв. значений, т.е. умножение на  $\sqrt{2}$ .

$$a_n = \frac{\sqrt{2}}{n} \sum_{i=1}^n v[i] \cos\left(\frac{2\pi hi}{n}\right) \quad (37)$$

$$b_n = \frac{\sqrt{2}}{n} \sum_{i=1}^n v[i] \sin\left(\frac{2\pi hi}{n}\right) \quad (38)$$

Анализаторы гармоник используют правило трапеции для приближения полученных значений к реальным амплитудам гармоники сигнала. Логично предположить, что более высокая частота дискретизации обеспечивает более высокую точность значений гармоник, однако на практике применяемое усреднение уменьшает негативный эффект понижения точности из-за более низкой частоты дискретизации. Также, следуя теореме Котельникова, частота дискретизации должна как минимум в 2 раза превышать самый высокочастотный компонент сигнала.

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ БПФ

Все сказанное ранее в этом документе относилось к ДПФ, которое может считаться строгим математически преобразованием Фурье. В 1965 году Кули и Тьюки опубликовали общий метод быстрого преобразования Фурье (БПФ), и основной идеей такого метода было не улучшение точности, а уменьшение числа требуемых расчетных операций и увеличения скорости вычисления.

Хотя алгоритм БПФ требует меньше вычислительной мощности, при измерении реальных величин, этот метод не обеспечивает точности метода ДПФ. И объясняется это тем, что алгоритм БПФ ограничивается окном равным  $2^n$  выборкам. Если бы частота дискретизации могла меняться в пределах бесконечности, а частота анализируемого сигнала была известна, то можно было бы установить такое значение частоты дискретизации, чтобы в окно дискретизации попадало бы целое число периодов сигнала. Но при измерении реальных величин, совершенно непрактично менять частоту дискретизации в широких пределах, и поэтому нельзя быть уверенным, что в окне дискретизации точно разместится целое число периодов сигнала.

**Важно:** Если в окне дискретизации разместить целое число периодов сигнала, то алгоритм БПФ обеспечит такую же точность, что и алгоритм ДПФ. Однако ограничение в  $2^n$  выборкам и фиксированные/дискретные частоты дискретизации делают алгоритм БПФ непрактичным в задаче анализа гармоник, так как он не может обеспечить гибкость и точность в реальном измерении. Так как в окне дискретизации помещается не целое число периодов, имеет место эффект «утечки гармоник», в результате которого гармоники «просачиваются» в соседние смежные гармоники, что приводит к неточным результатам измерений.

Ниже представлен пример анализа сигнала 100Впк, 25Гц с применением БПФ, с количеством выборок (отсчетов) 1024, частотой выборки 10квыб/с. Вследствии свойств алгоритма БПФ и ограничению в  $2^n$  выборкам, при данной частоте дискретизации (которая обеспечивает полосу измерения 5кГц, по т. Котельникова), видно, что в окне дискретизации не помещается целое число периодов. Дополнительные нежелательные выборки сигнала показаны в красном прямоугольнике на Рисунке 4.



Рисунок 4

Если составить спектр из гармоник, полученных при разложении в ряд Фурье с помощью БПФ, то будет виден значительный эффект «утечки гармоник» как следствие не целого числа периодов, размещенных в окне дискретизации.

### БПФ

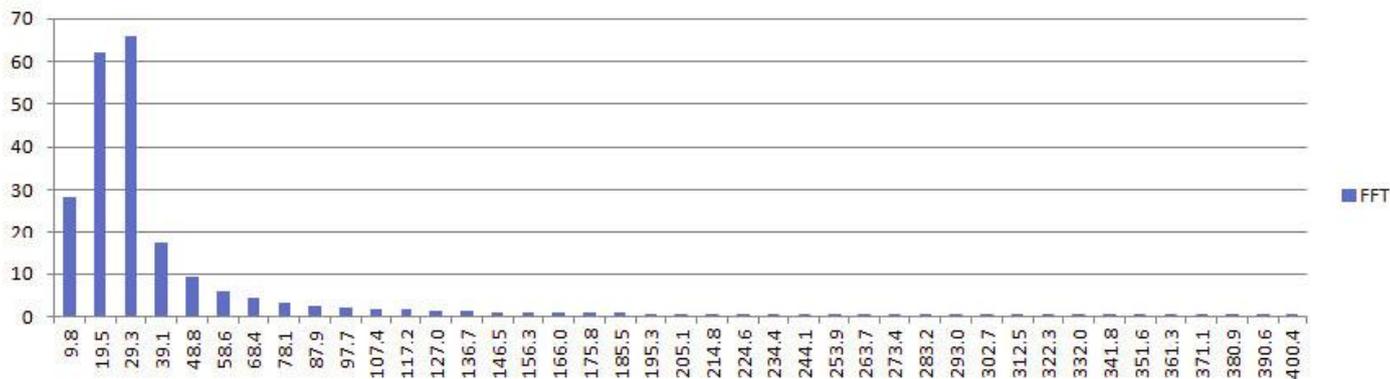


Рисунок 5

Теперь проведем анализ разных сложных форм сигнала и сравним результаты, полученные с помощью методов БПФ и ДПФ.

Если окно дискретизации данных включает в себе целое число периодов сигнала, эффект «утечки гармоник» значительно снижается. Хотя это и нереально при измерении динамических реальных сигналов, приведем результаты такого анализа на Рисунках 6 и 7.

### Основная гармоника 100Впк (29.3Гц), 5-я гармоника 20Впк, 10квыб/с, 1024 выборки

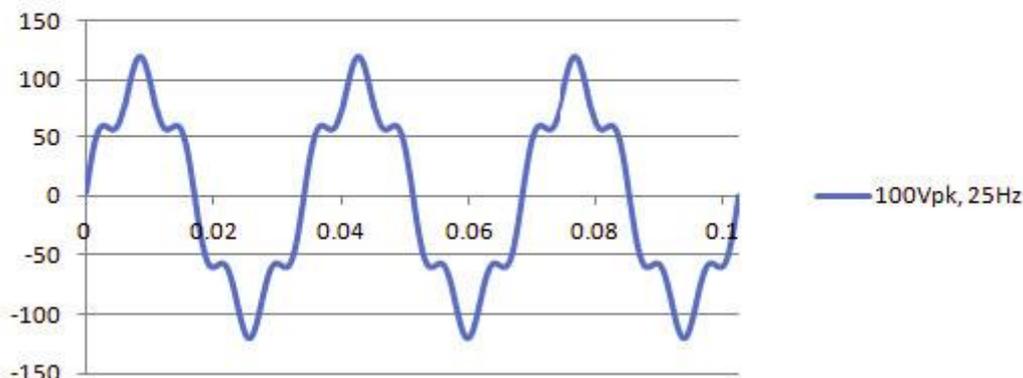


Рисунок 6

### БПФ

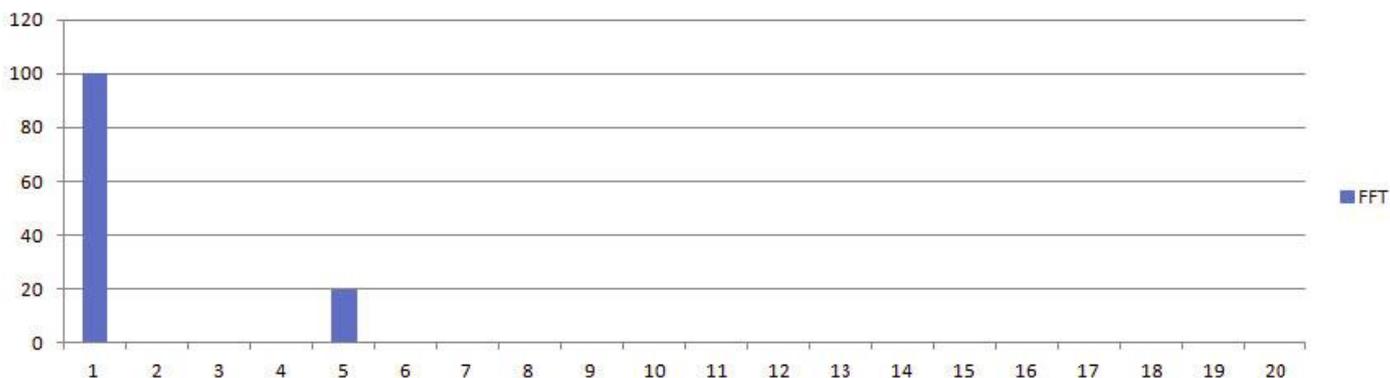


Рисунок 7. БПФ анализ с идеальным размером окна дискретизации

Теперь если представить, что из-за детектирования частоты или ограничения частоты дискретизации (и последующем изменении размера окна) происходит смещение всего на 3~4Гц, ошибки, внесенные в спектр сигнала, будут существенными. Сказанное продемонстрировано ниже:

### Основная гармоника 100Впк (30.3Гц), 5-я гармоника 20Впк, 10квыб/с, 1024 выборки

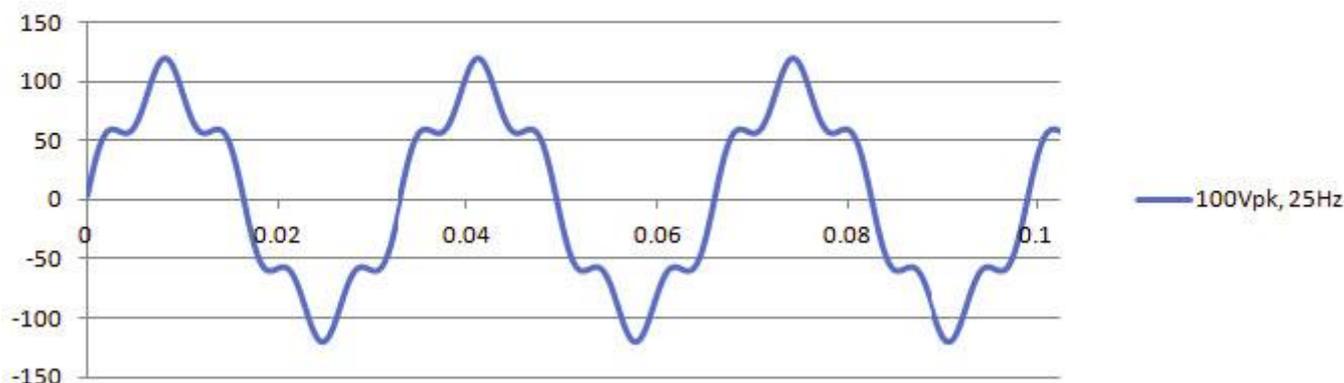


Рисунок 8  
БПФ

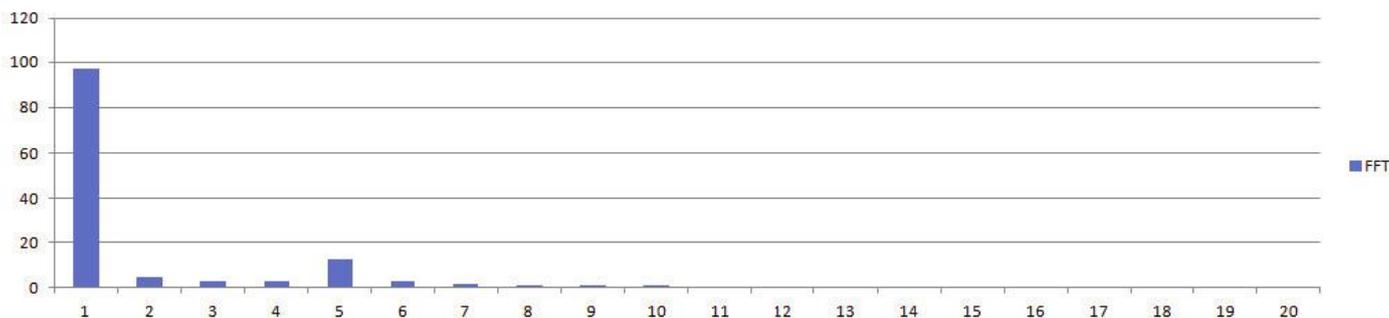


Рисунок 9

Основная гармоника значительно ниже, чем исходная (100Впк), также присутствует значительная утечка гармоник к несуществующим в реальном сигнале гармоникам.

Объясняется это тем, что «синус косинус» перемножение при вычислении БПФ производится на некорректной частоте гармоник. Основная гармоника есть «синус косинус» перемножение на частоте 29.3Гц. Частоты гармоник при БПФ анализе рассчитываются исходя из частоты дискретизации и размера окна дискретизации:

$$\text{Частота гармоник БПФ} = n * \left(\frac{f_s}{sa}\right)$$

$n$  – номер отсчета/выборки (1, 2, 3...1024);  $f_s$  – частота дискретизации;  $sa$  – количество выборок

Расчетая частота гармоник БПФ и есть действительное «синус косинус» перемножение, и если частота дискретизации не может меняться в пределах бесконечности, расчетные частоты гармоник БПФ будут близки, но не будут полностью совпадать с частотами гармоник исходного сигнала.

## ОШИБКИ ПРИ АНАЛИЗЕ С ПОМОЩЬЮ БПФ

| Гармоника | Частота | Действительное значение амплитуды, Впк | Расчет значения амплитуды с БПФ | Ошибка, % |
|-----------|---------|--|---------------------------------|-----------|
| Основная  | 30.3Гц  | 100                                    | 97.25                           | 2.75%     |
| 2         | 60.6Гц  | 0                                      | 4.38                            |           |
| 3         | 90.9Гц  | 0                                      | 2.65                            |           |
| 4         | 121.2Гц | 0                                      | 2.64                            |           |
| 5         | 151.5Гц | 20                                     | 12.68                           | 36.59%    |
| 6         | 181.8Гц | 0                                      | 2.57                            |           |

Таблица 1

Чем больше сдвиг основной частоты сигнала от расчетной частоты БПФ, тем больше эффект «утечек гармоник» и больше ошибка в расчете параметров гармоник сигнала.

Частота основной гармоники, равная 31.3Гц (равнозначно смещению в 2Гц) приведет к следующему спектру и последующим ошибкам.

БПФ

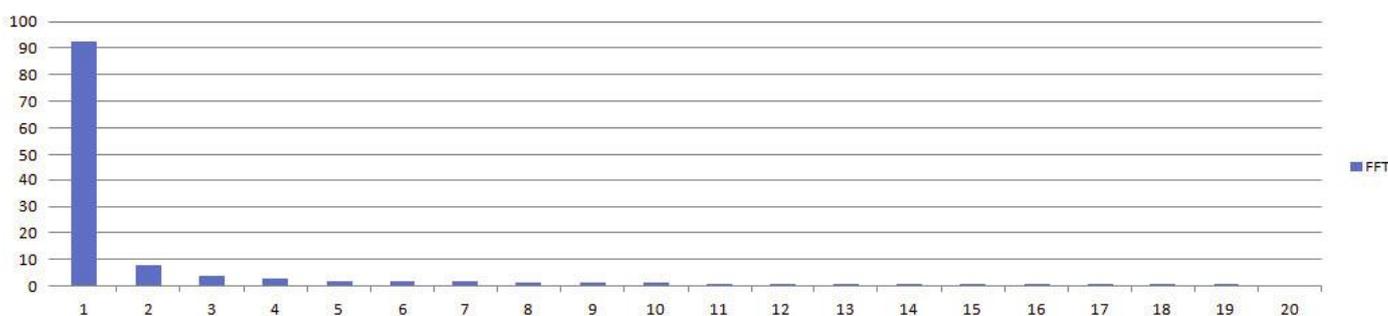


Рисунок 10

| Гармоника | Частота | Действительное значение амплитуды, Впк | Расчет значения амплитуды с БПФ | Ошибка, % |
|-----------|---------|--|---------------------------------|-----------|
| Основная  | 30.3Гц  | 100                                    | 92.49                           | 7.51%     |
| 2         | 60.6Гц  | 0                                      | 7.62                            |           |
| 3         | 90.9Гц  | 0                                      | 3.95                            |           |
| 4         | 121.2Гц | 0                                      | 2.67                            |           |
| 5         | 151.5Гц | 20                                     | 1.67                            | 91.67%    |
| 6         | 181.8Гц | 0                                      | 2.03                            |           |

Таблица 2

Как было сказано ранее, попытки разместить целое число периодов сигнала в окне дискретизации при использовании БПФ при анализе динамических реальных сигналов являются нецелесообразными. Таким образом, алгоритм БПФ является нежелательным для применения в современных приложениях анализа мощности. Существуют различные методы, которые могут уменьшить эффект «утечки гармоник», однако на некоторых частотах они улучшают расчетные значения, а на других значительно ухудшают. В конечном счете, никакой их дополнительных методов, применяемых совместно с анализом БПФ, не дает такой точности, как изначальный метод ДПФ.

## ДИСКРЕТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ (ДПФ)

Метод ДПФ обеспечивает размещение любого целого числа выборок в окне дискретизации, т.е.:

$$\text{Разрешение окна} = \frac{1}{f_s}$$

Во временной области это означает разрешение 100мкс при частоте дискретизации 10квыб/с.

Рассмотрим сигнал частотой 50Гц, период составляет 20мс. Разрешение по времени 100мкс, позволяет идеально разместить в окне дискретизации сигналы частотой 50Гц и 50.25Гц. Логично сделать вывод, что более высокая частота дискретизации приведет к более высокому разрешению по частоте и расширению полосы частот.

Анализаторы мощности N4L имеют частоту дискретизации 1Мвыб/с и выше (в зависимости от модели), а также высокоточную и производительную аналоговую часть, что обеспечивает очень высокую чувствительность и точный анализ гармоник при быстрой скорости обновления.

### Разрешение по частоте для 50Гц сигнала

$$\text{Разрешение окна ПРИЗМА-550 (по периодам)} = \frac{1}{2\text{Мвыб/с}} = \frac{1}{2 * 10^6} = 500\text{нс}$$

$$\begin{aligned} \text{Разрешение по частоте ПРИЗМА-550 (по периодам, сигнал 50Гц)} &= 50 - \left( \frac{1}{0.02 + 500 * 10^{-9}} \right) \\ &= 50 - 49.99875 = 0.001\text{Гц} \end{aligned}$$

На Рисунке 11 представлен тот же сигнал, что и ранее (см. Рисунок 10). Анализ проведен с помощью ДПФ. Для сравнения использовалась такая же частота дискретизации 10квыб/с.

При использовании ДПФ, возможна синхронизация окна дискретизации с периодом основной частоты с разрешением в 1 выборку. При выполнении синхронизации, с помощью ДПФ можно очень точно рассчитать параметры гармоник сигнала. В приведенном примере период основной частоты рассчитывается следующим образом:

$$\text{Период основной частоты} = \frac{1}{f_{\text{осн}}} = \frac{1}{31.3} = 0.0319 \text{ секунд}$$

Количество выборок, требуемых для синхронизации окна дискретизации с периодом основной частоты, рассчитывается следующим образом:

$$\text{Количество требуемых выборок} = \frac{\text{период основной частоты}}{\text{интервал между выборками}} = \frac{0.0319}{\frac{1}{10000}} = 319.489$$

Ближайшее целое к расчетному числу выборок принимается за размер окна дискретизации. Анализаторы мощности N4L рассчитывают частоту основной гармоники в режиме реального времени с помощью патентованного алгоритма детектирования частоты, выполняемого отдельным цифровым сигнальным процессором (DSP).

Из сказанного следует, что для успешного анализа ДПФ, детектирование корректной частоты сигнала является основным условием. Так как все анализаторы мощности N4L имеют частоту дискрети-

зации 1Мвыб/с и выше, то размеры окна дискретизации и разрешение по частоте будет очень точным.

**Основная гармоника 100Впк (31.3Гц),  
 5-я гармоника 20Впк, 10квыб/с, 319 выборки**

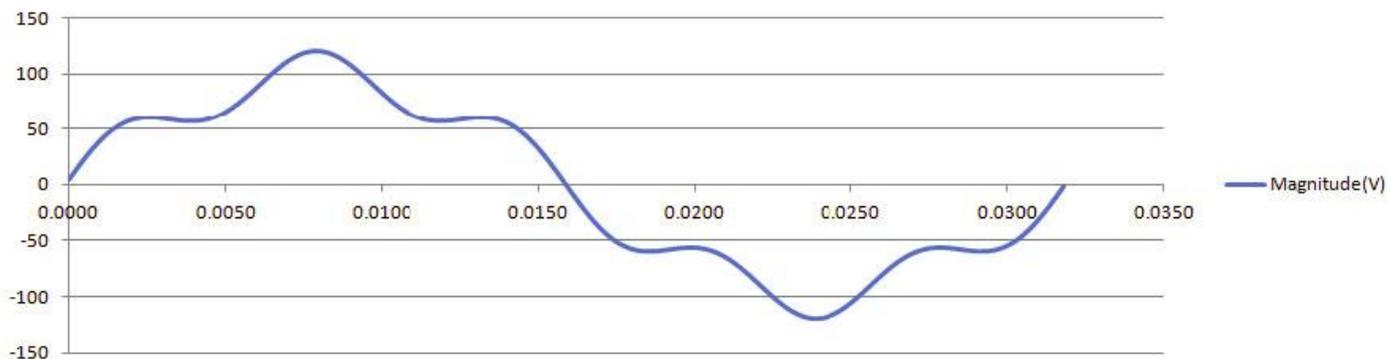


Рисунок 11

**ДПФ**

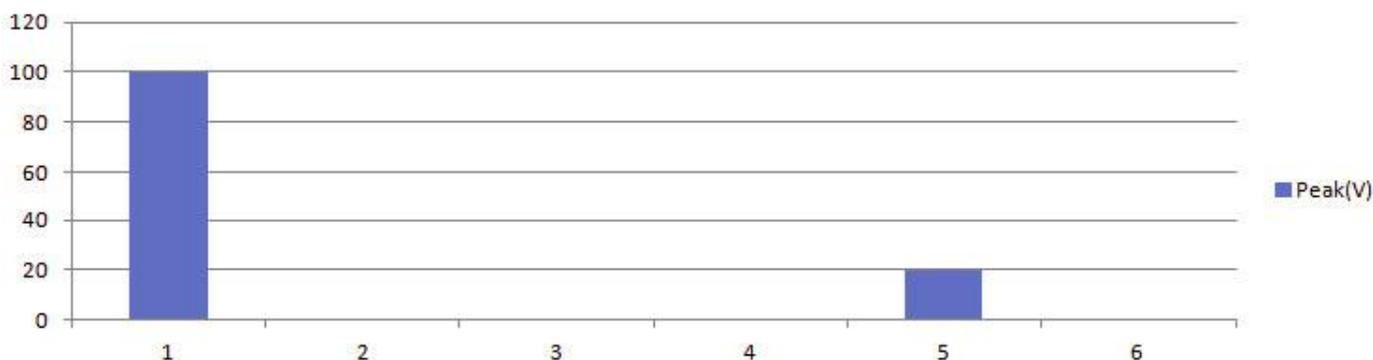


Рисунок 12

На Рисунке 11 и 12 продемонстрирована эффективность метода ДПФ, даже при невысокой частоте выборки и использовании только одного периода сигнала. Более высокая частота дискретизации, а также анализ по нескольким периодам сигнала только повысят точность расчета благодаря лучшей синхронизации окна дискретизации (при условии точного детектирования основной частоты) и лучшему усреднению.

| Гармоника | Частота   | Действительное значение амплитуды, Впк | Расчет значения амплитуды с БПФ | Ошибка, % |
|-----------|-----------|--|---------------------------------|-----------|
| Основная  | 31.300Гц  | 100.000                                | 100.063                         | 0.063%    |
| 2         | 62.600Гц  | 0.000                                  | 0.175                           |           |
| 3         | 93.900Гц  | 0.000                                  | 0.057                           |           |
| 4         | 125.200Гц | 0.000                                  | 0.056                           |           |
| 5         | 156.500Гц | 20.000                                 | 20.077                          |           |
| 6         | 187.800Гц | 0.000                                  | 0.447                           | 0.447%    |

Таблица 3

Ошибка при расчете с помощью метода ДПФ значительно меньше, чем при расчете с БПФ. Дополнительным преимуществом метода ДПФ являются гибкость окна дискретизации, позволяющего про-

водить анализ сигнала любой формы по периодам, без ограничений, как для окна БПФ с размером  $2^n$  выборок.

## ЭТАЛОННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

Анализатор мощности ПРИЗМА-550, использующий алгоритм ДПФ при анализе гармоник, был протестирован с помощью эталона электрической мощности Fluke 6105A. Испытания проводились в собственной лаборатории компании N4L, аккредитованной UKAS ISO17025 за №7949.

### Калибровка ПРИЗМА-550 с помощью Fluke 6105A, без корректировки

| Гармоника | Частота | Приложенное напряжение, Впк | Измеренное напряжение | Ошибка, % | Неопределенность |
|-----------|---------|-----------------------------|-----------------------|-----------|------------------|
| 1         | 31.3Гц  | 100                         | 99.977                | 0.02%     | 0.01%            |
| 2         | 62.6Гц  | 0                           | <10мВ                 | --        | --               |
| 3         | 93.9Гц  | 0                           | <10мВ                 | --        | --               |
| 4         | 125.2Гц | 0                           | <10мВ                 | --        | --               |
| 5         | 156.5Гц | 20                          | 19.994                | 0.03%     | 0.03%            |
| 6         | 187.8Гц | 0                           | <10мВ                 | --        | --               |

Приведенные выше ошибки представляют собой суммарную ошибку измерительного прибора, включая ошибку аналоговых входных каналов. Приведенные выше результаты калибровки демонстрируют точность, полученную благодаря использованию алгоритма ДПФ и входных аналоговых трактов с чрезвычайно линейной характеристикой.

## ИТОГ

Хотя анализ сигналов с помощью БПФ может успешно применяться при измерении параметров электрических систем, однако для высокоточного анализа мощности метод БПФ не является оптимальным решением. Высокоточный анализатор мощности должен соответствовать требованиям современных измерительных задач, когда при высоком уровне гармонических искажений сигнала необходимо точно измерять параметры меняющейся основной частоты.

Таким образом, на производителя анализатора мощности ложится ответственность за использование в схемотехническом дизайне прибора процессоров высокой производительности, а также современных методов цифровой обработки сигналов, соответствующих высоким вычислительным требованиям алгоритма ДПФ.

Все анализаторы серии ПРИЗМА компании N4L разрабатывались в соответствии с таким подходом. Многолетний опыт тонкой настройки параметров аналоговой аппаратной части приборов и алгоритмов цифровой обработки сигнала, основанных на ДПФ, позволяет проводить высокоточный анализ сигналов практически любой формы.

Дополнительную информацию по прецизионным анализаторам мощности серии ПРИЗМА вы можете найти на сайтах [www.n4l.ru](http://www.n4l.ru), [www.newtons4th.com](http://www.newtons4th.com)